

Rozwiązanie: Ciągi nieskończone CiN_3

$$U_n = \frac{n^2 - 1}{3 - n^3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \frac{n^2 - 1}{3 - n^3}$$

obliczamy granicę ciągu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \frac{n^2 - 1}{3 - n^3}$$

dzielimy licznik i mianownik przez n^3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \frac{\frac{n^2}{n^3} - \frac{1}{n^3}}{\frac{3}{n^3} - \frac{n^3}{n^3}}$$

porządkujemy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \frac{\frac{1}{n} - \frac{1}{n^3}}{\frac{3}{n^3} - 1}$$

gdy $n \rightarrow \infty$ to $\frac{1}{n} \rightarrow 0$, $\frac{1}{n^3} \rightarrow 0$, $\frac{3}{n^3} \rightarrow 0$

Do licznika i mianownika stosujemy twierdzenie, że jeżeli ciąg x_n ma granicę równą „x”, a ciąg y_n ma granicę równą „y” to ciąg $x_n + y_n$ ma granicę x+y.

Licznik posiada dwa elementy, $\frac{1}{n} \rightarrow 0$, $\frac{3}{n^3} \rightarrow 0$, czyli licznik ma granicę równą 0. Mianownik posiada dwa elementy: $\frac{1}{n^3} \rightarrow 0$, $1 \rightarrow 1$, czyli mianownik dąży do 1.

Stosując twierdzenie, które mówi, że granica ilorazu wynosi tyle co iloraz granic przy założeniu że ciąg w mianowniku ma granicę różną od zera.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \frac{0}{1} = 0 \quad \leftarrow \quad \text{Fabryczne Rozwiązanie}$$

Do tego zadania można również zastosować twierdzenie, które mówi, że jeżeli ciąg jest ułamkiem oraz mianownik jest wielomianem stopnia wyższego niż licznik to granica takiego ułamka $\rightarrow 0$

W naszym zadaniu mianownik ułamka jest wielomianem stopnia wyższego niż licznik, więc ułamek dąży $\rightarrow 0$